

Bài I (2,0 điểm)

1) Giải phương trình $3x^4 + 2x + 2 - 2\sqrt{2x+1} = 0$.

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^3 + y^3 = 4x + y \end{cases}$$

Bài II (2,5 điểm)

1) Chứng minh $20^n + 6^n - 15^n - 11^n$ chia hết cho 45 với mọi số tự nhiên n .

2) Tìm cặp số nguyên x, y thỏa mãn $5(x^2y + x + xy^2 + 2y) - 22 = 22xy$

3) Tìm số tự nhiên n lớn nhất sao cho $17^{2017} \neq 1:2^n$

Bài III (1,5 điểm)

Với các số thực a, b, c, d thỏa mãn $a + b = c + d$. Chứng minh $a^2 + b^2 - ab \geq cd$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O, R). Lấy điểm E thuộc cung nhỏ BC (E khác B và C). Các tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O; R) cắt nhau tại S. Đường thẳng AE cắt SB, SC lần lượt tại M và N. Đường thẳng CM cắt BN tại F.

1) Chứng minh bốn điểm C, E, M, S cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh $\triangle ACN$ đồng dạng với $\triangle MBA$ và $\triangle MBC$ đồng dạng với $\triangle BCN$.

3) Gọi I là trung điểm của đoạn BC. Chứng minh ba điểm E, F, I thẳng hàng.

Bài V. (1,0 điểm).

Cho 2017 số nguyên dương $a_1, a_2, \dots, a_{2017}$ thỏa mãn: $\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \dots + \frac{1}{a_{2017}^2} > 3$ CMR :

trong 2017 số trên tồn tại ít nhất 3 số bằng nhau.

.....HẾT.....